



education

Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

**NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT**

GRAAD 12

WISKUNDE V3

MODEL 2008

MEMORANDUM

Hierdie memorandum bestaan uit 9 bladsye.

MEMORANDUM : GRAAD 12, Voorbeeld Vraestel 3,

<p><u>VRAAG EEN</u></p> <p>1.1 $T_1 = 5, T_2 = 8, T_3 = 11, T_4 = 14, T_5 = 17.$</p> <p>1.2 $T_n = 3n + 2$</p>	<p>✓✓✓bereken terms uit formule (3)</p> <p>✓bereken die koëffisiente van n ✓ bereken die waarde van die konstante (2)</p> <p>[5]</p>
<p><u>VRAAG TWEE</u></p> <p>2.1 Gemiddeld $= \frac{61}{3}$ $= 20,33$</p> <p>Aangesien dit nie 'n alledaagse gebeurtenis is dat 20 mense sterf in 'n treinongeluk nie, is die gemiddeld skeefgetrek van $\frac{41}{3} = 13,67$ na $\frac{61}{3} = 20,33.$</p> <p>2.2 Nee. Die verslaggewer het op een plek gestaan vir TWEE ure. Die steekproef waarop hy sy verslag gebaseer het is veels te klein om enige geldige afleidings te kan maak. Die afleiding neem nie die situasie by ander oorgange in ag nie.</p> <p>OF Ja Vanuit sy ondervinding het slegs 1 motor gestop, dus is sy afleidng geldig.</p>	<p>✓antwoord (1)</p> <p>✓✓verduideliking (2)</p> <p>✓nee ✓verduideliking (2)</p> <p>[5]</p>

NOTA: Volgens die Nasionale Kurrikulum Stellings kan die oplossings van data-hanterings probleme met die sakrekenaar opgelos word. Die alternatief tot die sakrekenaar is om pen en papier te gebruik en die metode word hieronder aangedui.

VRAAG DRIE

3.1

Per-uur inkomste	Middelpunt of interval (x)	Frekwensie (f)	Totaal ($f \times x$)
9,70 – < 9,90	9,80	5	49
9,90 – < 10,10	10,00	16	160
10,10 – < 10,30	10,20	25	255
10,30 – < 10,50	10,40	30	312
10,50 – < 10,70	10,60	24	254,4
Som			1030,4

$$\text{Gemiddeld} = \frac{1030,4}{100} = R10,30$$

✓ middelpunte vanof intervalle
 ✓ totale

✓ som

✓ bereken diegemiddeld

(4)

3.2

Persentasies	Middelpunt van interval (x)	Frekwensie (f)	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$	$f \times (x - \bar{x})^2$
9,70 – < 9,90	9,80	5	-0,5	0,25	1,25
9,90 – < 10,10	10,00	16	-0,3	0,09	1,44
10,10 – < 10,30	10,20	25	-0,1	0,01	0,25
10,30 – < 10,50	10,40	30	0,1	0,01	0,3
10,50 – < 10,70	10,60	24	0,3	0,09	2,16
Som					5,4

$$\text{Standaard afwyking} = \sqrt{\frac{5,4}{100}} = 0,23$$

✓ bereken die verskil tussen middelpunte en gemiddeld

✓ bereken die kwadrate van die verskil tussen middelpunte en gemiddeld

✓ bereken dietotale

✓ bereken diestandaard afwyking

(5)

3.3

Ja, sy is korrek. Die verskil tussen die gemiddeld van die mans en die vrouens is slegs 5 sent en die verskil tussen die standaard afwyking is 2 sent.

✓ antwoord
 ✓ verduideliking

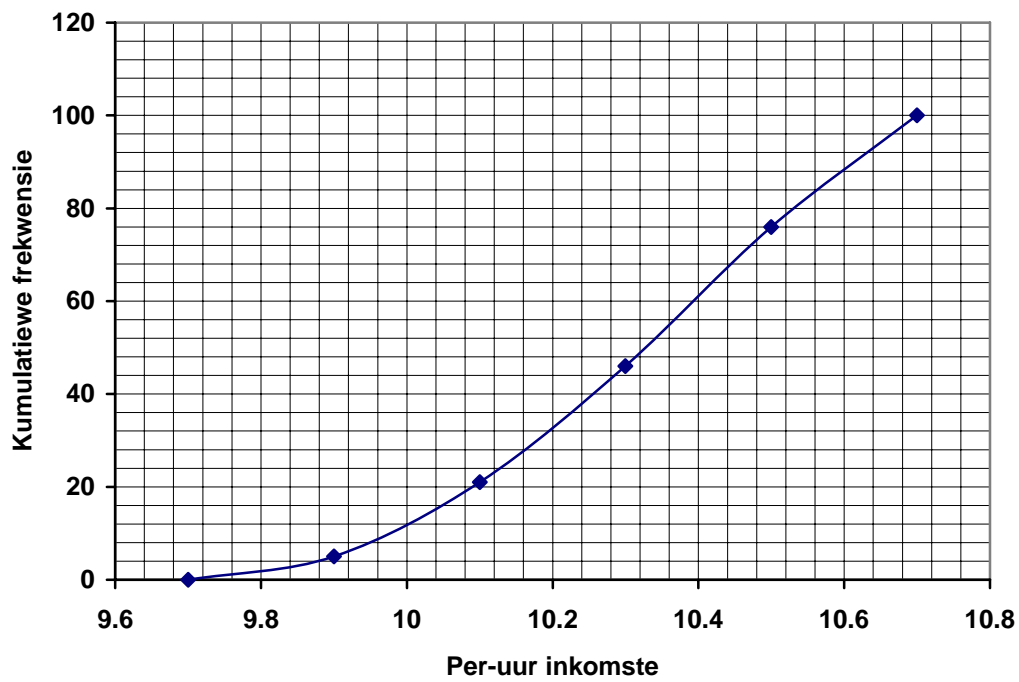
(2)

3.4

Per-uur inkomste	Frekwensie (f)	Kumulatief frekwensie
9,70 – <9,90	5	5
9,90 – <10,10	16	21
10,10 – <10,30	25	46
10,30 – <10,50	30	76
10,50 – <10,70	24	100

✓✓ kumulatief frekwensie

Per-uur inkomste van mans



✓✓ ogief

(4)

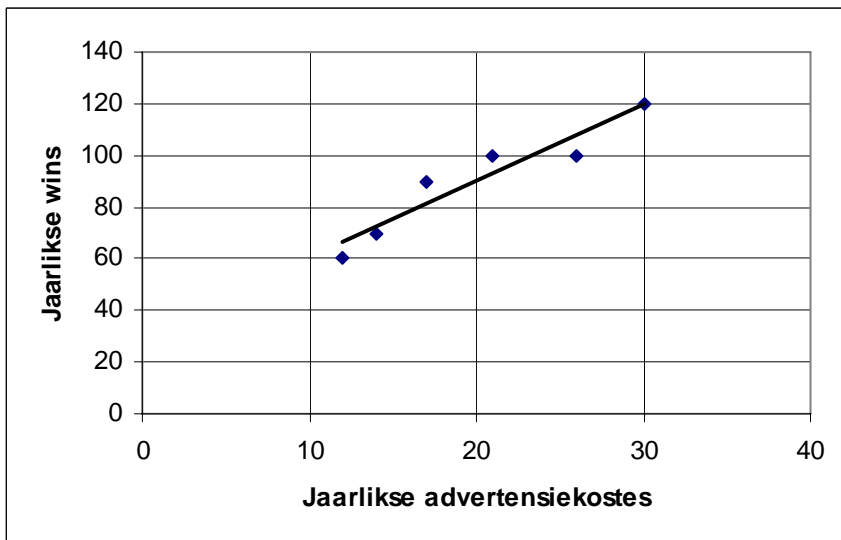
[15]

<u>VRAAG VIER</u>	
<p>4.1 $P(\text{slaag Wisk of Rek}) = P(\text{slaag Wisk}) + P(\text{slaag Rek}) - P(\text{slaag Wisk en Rek})$ $= 0,4 + 0,6 - 0,3$ $= 0,7$</p>	<p>✓ formule ✓ instelling van waarskynlikhede ✓ antwoord (3)</p>
<p>4.2.1 $P(\text{eerste een nie-foutief}) = \frac{35}{40} = \frac{7}{8}$</p>	<p>✓✓ antwoord (2)</p>
<p>4.2.2 $P(\text{een foutief en een nie-foutief})$ $= P(\text{foutief, nie-foutief}) + P(\text{nie-foutief, foutief})$ $= \left(\frac{5}{40} \times \frac{35}{39}\right) + \left(\frac{35}{40} \times \frac{5}{39}\right)$ $= \frac{35}{156} = 0,22$ (0,2243589...)</p>	<p>✓ som van waarskynlikhede ✓✓ instelling van waarskynlikhede ✓ antwoord (4)</p>
<p>4.2.3 $P(\text{foutief en foutief}) = \frac{5}{40} \times \frac{4}{39} = \frac{1}{78} = 0,01$ (0.012820..)</p>	<p>✓✓ instelling van waarskynlikhede en produk ✓ antwoord (3)</p>
<p>4.3.1 Enige boek in enige posisie op $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 7! = 5040$ verskillende maniere.</p>	<p>✓ vermeningvuldigings reël ✓ antwoord (2)</p>
<p>4.3.2 Die twee boeke kan gerangskik word op $2 \times 1 = 2$ verskillende maniere. Beskou die twee boeke nou as 'n enkele entiteit. Nou moet 6 voorwerpe gerangskik word. Dit kan op $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6! = 720$ verskillende maniere gedoen word. Dus kan die totale rangskikking van hierdie boeke plaasvind op $2 \times 720 = 1440$ verskillende maniere.</p>	<p>✓ vermeningvuldigings reël – twee boeke ✓ vermeningvuldigings reël – ses voorwerpe ✓ antwoord (3)</p>
<p>4.3.3 Die Wiskunde boeke kan gerangskik word op $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = 24$ verskillende maniere. Die wetenskapboeke kan op $3 \times 2 \times 1 = 3! = 6$ gerangskik word. Die Wiskundeboeke en die Wetenskapboeke kan op $2 \times 1 = 2$ verskillende maniere gerangskik word. Dus kan die boeke op $24 \times 6 \times 2 = 288$ verskillende maniere gerangskik word.</p>	<p>✓ vermeningvuldigings reël – 24 en 6 ✓ vermeningvuldigings reël – twee verskillende vakke ✓ antwoord (3)</p>
	[20]

NOTA: Volgens die Nasionale Kurrikulum Stellings kan die oplossings van data-hanterings probleme met die sakrekenaar opgelos word. Die alternatief tot die sakrekenaar is om pen en papier te gebruik en die metode word hieronder aangedui.

VRAAG VYF

5.1 & 5.3



✓✓plot punte
✓labels (3)

✓lyn van kleinste-kwadrate (1)

5.2

	x	y	$(x - \bar{x})$	$(y - \bar{y})$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})^2$
	12	60	-8	-30	240	64	900
	14	70	-6	-20	120	36	400
	17	90	-3	0	0	9	0
	21	100	1	10	10	1	100
	26	100	6	10	60	36	100
	30	120	10	30	300	100	900
Som	120	540	0	0	730	246	2400
Gemiddeld	20	90					

Beskou die vergelyking van die kleinste-kwadrate-lyn as $\hat{y} = a + bx$

$$b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2} = \frac{730}{246} = 2,97 \quad (2,9674)$$

Gebruik $\hat{y} = a + bx$ en \bar{x} en \bar{y} ,

$$90 = a + (2,97)(20)$$

$$a = 30,6.$$

Dus is die vergelyking van die kleinste-kwadrate-lyn $y = 30,65 + 2,97x$

✓✓bereken die waarde van b

✓✓bereken die waarde van a

<p>5.4</p> $y = 30,6 + (2,97)(25000)$ $= 104\,850$ <p>\therefore wins = R104 850.</p> <p>5.5</p> $s_y = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{2400}{5}} = 21,908$ $s_x = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{246}{5}} = 7,0142$ <p>Gebruik $b = r \frac{s_y}{s_x}$, ons het $2,9674 = r \frac{21,908}{7,0142}$</p> $r = 0,95$ <p>5.6 Daar is 'n sterk positiewe korrelasie tussen die jaarlikse advertensiekostes en die jaarlikse wins van die maatskappy.</p>	<p>(4)</p> <p>✓ vervang 25</p> <p>✓ wins in rande (2)</p> <p>✓✓✓ bereken tdie waarde van r (3)</p> <p>✓ sterk ✓ positief (2)</p> <p>[15]</p>
--	--

<p><u>VRAAG SES</u></p>	
<p>6.1.1 $3x + x + 2x = 180^\circ$ (hoeke op 'n reguitlyn)</p> $6x = 180^\circ$ $x = 30^\circ$	<p>✓ $3x + x + 2x = 180^\circ$ ✓ rede ✓ antwoord (3)</p>
<p>6.1.2 $\hat{B}_1 = 2x = 60^\circ$</p> $\hat{E} = 60^\circ$ <p>Dus $\hat{E} = \hat{B}_1$</p> <p>\therefore AC is 'n raaklyn (hoek tussen lyn en koord = hoek in oorsaande segment)</p>	<p>✓ $\hat{B}_1 = 2x = 60^\circ$</p> <p>✓ rede (2)</p>

<p>6.2.1 'n Horlosiesig het 12 sektore (elk gestel α) Dus $12\alpha = 360^\circ$ $\therefore \alpha = 30^\circ$ by middelpunt $\therefore \hat{AOD} = 60^\circ$ (hoek by die middelpunt ...)</p> <p>6.2.2 Uit 6.1 $\hat{COB} = 3\alpha$ $\hat{COB} = 3(30^\circ) = 90^\circ$</p> <p>6.2.3 $\hat{CAB} = \frac{1}{2}(90^\circ)$(hoek by die middelpunt) $= 45^\circ$ $\hat{ACD} = \frac{1}{2}(60^\circ)$(hoek by die middelpunt) $= 30^\circ$ Dus $\hat{E}_1 = \hat{CAB} + \hat{ACD}$(buitehoek hoek van driehoek) $= 75^\circ$</p>	<p>$\checkmark 12\alpha = 360^\circ$ $\checkmark \hat{AOD} = 60^\circ$ (2) $\checkmark \hat{COB} = 3x$ $\checkmark \hat{COB} = 3(30^\circ) = 90^\circ$ (2) $\checkmark 45^\circ$ $\checkmark \hat{ACD} = \frac{1}{2}(60^\circ)$ $\checkmark 75^\circ$ (3) [12]</p>
<p><u>VRAAG SEWE</u></p> <p>7.1 $4t > 3t$ $4t + 1 > 3t - 1$ en $3t - 1 < 3t$ $\therefore 4t + 1 > 3t > 3t - 1$ \therefore DF is die langste sy</p> <p>7.2 $DF^2 = (4t + 1)^2 = 16t^2 + 8t + 1$ $EF^2 = (3t - 1)^2 = 9t^2 - 6t + 1$ $DE^2 = (3t)^2 = 9t^2$ Vir $\triangle DEF$ om reggiekig te wees Moe tons hê : $16t^2 + 8t + 1 = 9t^2 - 6t + 1$ (Omgekeerde Pythagoras) $-2t^2 + 14t = 0$ $-2t(t - 7) = 0$ $t = 0$ (N/A) ; $t = 7$</p>	<p>$\checkmark 4t + 1 > 3t > 3t - 1$ \checkmark DF is die langste sy (2) $\checkmark (4t + 1)^2 = 16t^2 + 8t + 1$ \checkmark omgekeerde Pythagoras $\checkmark -2t(t - 7) = 0$ $\checkmark t = 7$ (4) [6]</p>

<p><u>VRAAG AGT</u></p> <p>8.1 $B_1 = x \dots\dots$ (hoek tussen raaklyn-koord stelling) $A_2 = x \dots\dots$ (FA = FB) $B_2 = x \dots\dots$ (DAB = DBA = $2x$ / raaklyn-koord stelling) $D_1 = B_2 = x \dots\dots$ (verwisselende hoeke, DC//FB) $C = B_1 = x \dots\dots$ (ooreenkomstige hoeke, DC//FB / buite \angle stelling)</p> <p>8.2 $A_2 = D_1 = x \dots\dots$ (uit 8.1 hierbo.) Maar hierdie is hoeke onderspan deur BE \therefore ABED is siklies</p> <p>8.3 $B_3 = A_1 = x \dots\dots\dots$ (hoeke in dieselfde sirkelsegment) Dus $ABE = B_1 + B_2 + B_3$ $= 3x$ $= 3DAE.$</p> <p>8.4 $D_1 = C = x$ \therefore BD = CB $\dots\dots\dots$ (Gelyksydige driehoek) maar BD = AD $\dots\dots\dots$ (raaklyne vanuit gemeen. punt) \therefore AD = BC</p>	<p>✓ een punt vir elke hoek ✓ ✓ ✓ ✓ (5)</p> <p>✓ $A_2 = D_1 = x$ ✓ rede ✓ $3x$ (3)</p> <p>✓ $B_3 = A_1 = x$ ✓ $ABE = B_1 + B_2 + B_3$ (2)</p> <p>✓ $D_1 = C = x$ ✓ BD = CB ✓ BD = AD (3)</p> <p>[12]</p>
<p><u>VRAAG NEGE</u></p> <p>9.1 $R_2 = R_3 = x \dots\dots\dots$ (LRN gehalveer) $R_2 = P_1 = x \dots\dots\dots$ (ooreenkomstige hoeke, RM//PN) $R_3 = N_1 = x \dots\dots\dots$ (verwisselende hoeke; RM//PN) Dus RN = RP In Δ LNP ; $\frac{LR}{RP} = \frac{LM}{MN} \dots\dots$ (RM//PN; lyne parallel aan.) maar RN=RP $\frac{LR}{RN} = \frac{LM}{MN}$</p> <p>9.2 $R_2 = L_1 = x \dots\dots\dots$ (verwisselnde hoeke, KL//PN) Dus $L_1 = N_1 = x$ \therefore KLNP is cyclic $\dots\dots$ (hoeke onderspan deur dies boog..)</p> <p>9.3 In Δ's KLP, MRN $L_1 = R_3 = x \dots\dots$ (uit 9.1) $N_2 = P_2 \dots\dots\dots$ (KLNP is siklies) LKP = RMN $\dots\dots$ (oorblywende hoeke) $\therefore \Delta$ KLP $\parallel \parallel$ Δ MRN</p>	<p>✓ $R_2 = P_1 = x$ ✓ $R_3 = N_1 = x$ ✓ RN = RP ✓ $\frac{LR}{RP} = \frac{LM}{MN}$ (4)</p> <p>✓ $R_2 = L_1 = x$ ✓ $L_1 = N_1 = x$ (2)</p> <p>✓ $L_1 = R_3 = x$ ✓ $N_2 = P_2$ ✓ LKP = RMN (3)</p> <p>[9]</p>

TOTAAL : 100 punte